# 概数の取扱いについての考察（その２）

安藤　雅夫（物理学）

## １　はじめに

概数の取扱いについて，前回の報告［1］では小学校算数教育を出発点とし，新学習指導要領に基づいた高等学校での物理教育と大学での物理の取り組みを論じた．

今回は，高校で実施した調査を分析し，概数･見積もり問題についての課題を検討する．

## ２　物理教育

概数あるいは見積もり問題とは，一般に概算値の見積もりのことで，複雑な現象を簡単な物理モデルに置き換え，近似式や既知の情報をもとに，有効数字１～２桁程度の概算をすることとされている．また，この類の概算を得意とした物理学者エンリコ・フェルミの名をとってフェルミ推定とも呼ばれている．

レディッシュは［2］は，物理について深く考えさせるコース開発として，選択肢式および短答式の問題，表現変換問題，並べ替え問題など８つの幅広いタイプの問題が必要であるとした上で，その中のひとつとして，見積もり問題を取り上げている．その理由としては，学生に，

・比例的な推論を練習し利用させ
・大きな数を取り扱うことを学ばせ
・有効数字について学ばせ
・現実世界の経験を定量化することを学ばせる
（p.132）

と述べている．

概数問題の例として，レディッシュは「標準的な郊外の住宅の庭で，夏に生えている芝生の，葉の枚数を見積もりなさい」を取り上げている．この例題に類する問題は，ピアノ調律師を扱った有名なフェルミ問題［3］や *Physics Teacher* で連載のコラムなど［4］［5］などで多く扱われている．上の問題は，物理学の内容とは離れているため，学習者にとっては意味のない教育のように思われるかも知れない．しかし，この問題を解くには，典型的な芝生の大きさを想定し，その面積を推測し，そして単位面積当たりいくらぐらいの葉の数があるかを想定して答えを導き出す必要がある．そのため，物理学においてもおおまかな物理量を推測するためのよい練習問題であるといえる．例えば，この問題は，太陽が宇宙空間に放射する総エネルギー量を導き出す場合に[6]，単位面積当たりのエネルギーである太陽定数と，太陽を中心して１天文単位と想定した球の表面積から計算する方法と似た考え方であることがわかる．

同じことが，調査で用いた問題「教室にピンポン球は何個入るか」と「1㎤の固体にある原子数を求めよ」についても，あてはまる．「ピンポン球」の問題については，教室の大きさを直接測定することをせずに，目の前の黒板の大きさや机の大きさ，あるいは床の継ぎ目などから教室の長さをうまく推測する．その一方で，ピンポン球のサイズを想定し，両者の体積の比から答えを導き出す．このとき，ピンポン球をそのまま球と考えて体積の公式を使うか，ピンポン球を立方体と想定するかで，答えの値は異なるが，両方の答えが 10 倍違うということにはならない．「原子数」の問題については，原子の大きさが与えられたときに，一定の大きさの固体を構成する原子数を求める物理の問題である．ピンポン球を原子に対応させ，教室を固体に対応させれば，両者の問題の解き方はほとんど同じであることがわかる．ここで示したように，概数問題は一見すると物理学とは異なる内

容の問題でも，発想は似かよっていることが多いため，物理を学ぶ上で大切な考え方といえる．

これらの問題のように概数の問題は，よく知られている事実や誰でも少しだけ調べると分かる事実を基点として，大きな値や小さな値でもパソコンや電卓を使わずに指数の計算だけで求めることができる．それに対して，教科書の多くの練習問題などでは，物体の質量や初速度などあらかじめ必要な条件が与えられていて，問題文にはすべての情報があますことなく含まれていることが多い．そして，それらを用いて必要な関係式，公式に適応させて答えを求める．概数問題では，どのような物理量が必要か必要でないを吟味し，それらの間に成り立つ関係式を導き出した上で答えを求めるため，より現実に即した問題である．この意味で，「現実世界の経験を定量化する」学習であると言える．

## ３　調査方法

### ３．１　調査対象および調査時期

調査対象は，G高専１年の２クラス（それぞれ40名，42名の合計82名）で，調査時期は，2012年10月に実施した．

調査までに指数計算，科学的表記法，有効数字およびメートルの単位を学習した．ただし，速度，加速度などの物体の運動についてはまだ学習していない．調査では，電卓等は使用できない．

### ３．２　調査問題

1年≒$10^4$h
1日≒$10^5$s
1年≒$\pi \times 10^7$s
1mの定義＝北極から赤道までの距離の$\dfrac{1}{1000万}$
1天文単位＝地球と太陽の距離≒$1.5 \times 10^{11}$m
原子の直径≒$10^{-10}$m

１．この教室にピンポン球は何個入るだろうか．
２．地球の自転の速さを求めよ．
３．地球の公転の速さを求めよ．
４．0.2μSv/hの放射線を1年間浴びるとどれだけ被曝するか．
５．心拍数が毎分60であると仮定して，人間の心臓が平均寿命80年に打つ全心拍数を求めよ．
６．1㎤の固体にある原子数を求めよ．

### ３．３　調査結果および考察

(1) 教室の大きさを実測していないため，推測しなければならない．60名が黒板のサイズ，机のサイズなどをもとにして，大きさを概算していた．教室の高さは，ほとんどの生徒は3mと推測していたが，教室の縦の長さと横の長さについては，ばらつきがあった．教室の大きさを最も小さく見積もったものは，4m×6m×3mであり，最も大きく見積もったものは20m×20m×3mであった．このため，2つの概算値には，10のオーダーの違いが生じた．多くの生徒の答えは，10m×10m×3m近くであった．

ピンポン球の大きさについては，球と考える生徒と立方体に置き換えて考える生徒とに分かれた．

例えば，ピンポン球を立方体と考えたある生徒の解答は，以下の通りである．

ピンポン球の直径≒$3.0 \times 10^{-2}$m，教室の縦の長さ≒6m, 横の長さ≒3m, 高さ≒3m. 教室の体積≒6m×8m×3m=$1.44 \times 10^2$㎥. ピンポン球の直径を1辺とする立方体の体積≒$(3.0 \times 10^{-2})^3$=$2.7 \times 10^{-5}$㎥より，$1.44 \times 10^2$㎥÷$(2.7 \times 10^{-5}$㎥$)$=$5.3 \times 10^6$ 個.

一方，ピンポン球を球であると考えた生徒の解答は，どの解答も球の体積の公式に表れる円周率πの値を3.14として計算していた．

典型的な答案は，次の通りである．（ピンポン球の大きさは，）4/3×3.14×8＝33.45㎤．（教室の大きさは，）12×10×3＝360㎥＝$3.6 \times 10^8$㎤．
（したがって，）$3.6 \times 10^8$㎤÷$(3.35 \times 10^2$㎤$)$=$1.07 \times 10^6$㎤．

　この例のように，球の体積を選択した場合，計算が煩雑になっている答案が目立った．

(2) 速さの求め方はすでに，中学校までに学習している．しかし，地球の自転の速さを求めるような大きな数字を扱った学習経験は，これまでない．この問題は，1メートルの定義は，フランスが地球の大きさに基準にして子午線の長さを測定したことを授業で扱ったため，比較的容易に解答できると予想した．実際，自転の速さは，地球の周囲の長さ /1日であることに気づいた生徒は，61 名であった．ただし，速さの単位を指定しなかったため，m/s または，km/h を用いた両方の解答が見られた．1日を $10^5$s として m/s 単位で答えたものは 44 名，24 時間として km/h 単位で答えたものは 17 名であった．

(3) 地球の公転は，1 天文単位の値と 1 年を秒に変換する式を参考にすれば，容易に解答することができる問題である．また，途中の計算でも，分母分子に現れる $\pi$ が打ち消しあって答えが簡単な形となるため，答えが導きやすい問題である．正解は 45 名となった．

(4) この問題は，一時間当たりの測定量が，一年間ではどのような値になるのかを問う問題であり，接頭辞と単位の変換が正しく操作できるかを意図して出題した．1 年が約 $10^4$h であることを利用して，計算すれば，正しい答えを導き出すことができる．正解は，39 名であった．ただし，$\mu$ と m がうまく変換できていない生徒が少なからずいた．

(5) 心拍数の問題は，1 年を時間，または秒に変換する方法に分かれた．正解数 51 名のうち，1 年 ≒ $10^4$h を利用したものは，24 名，1 年 ≒ $\pi \times 10^7$s を利用したものは，22 名であった．これらの関係式を利用せずに，1 年 = 365 日として計算したものは 15 名であった．

(6) 正解数は 14 名であった．前節で述べたように，一番目の問題と類似の問題である．ピンポン球は身近で具体的なものだが，原子は目に見えない物質の違いはあるが解き方は似ている．アボガドロ数を化学で学んでいるため，自分が求めた答えが $10^{23}$ とかけ離れた値にはならないと予想しなければならない．

　上に述べた以外に，（１）指数に慣れていない生徒は，大きな数や小さな数を０を何個も重ねて表すため，計算ミスが目立った．（２）指数の計算の規則が定着していないため，$10^{-3}/10^{-4}$ のような計算に誤りがあった．（３）指数を使わないと，答えを導き出すために，時間がかかる傾向にあった．

　教科書や問題集の例題・問題には，概算問題がほとんど記載されていない．推測し判断する能力を高めるためにも，授業の中で積極的に取り上げていく必要がある，と考える．

## 参考文献


[1] 安藤雅夫：「概数の取扱いについての考察」，東海学院大学短期大学部研究実践報告 2012, pp.1-2, 2012

[2] レディッシュ，日本物理教育学会［監訳］:『科学をどう教えるか』，丸善，2012

[3] 例えば，D.ハリデイ，R.レスニック，J.ウォーカー，野崎光昭［監訳］:『物理学の基礎　力学』, 培風館, 2002

[4] Larry Weinstein,“Fermi Questions”, *Phys. Teach.* **48**, 70, 2010

[5] ワインシュタイン『サイエンス脳のためのフェルミ推定力養成ドリル』，日経 BP 社，2008

[6] 並木雅俊：『大学生のための物理入門』，講談社 ,2010